

Módulo de Razões e Proporções

Regra de 3 Simples e Composta

7º ano E.F.

Professores Tiago Miranda e Cleber Assis



1 Exercícios Introdutórios

Exercício 1. Tanto no basquete masculino como no feminino a altura dos aros das cestas é 3,05 m. Por sua vez, a altura da rede do voleibol masculino é 2,43 m e do feminino 2,24 m. Se as regras do basquete respeitassem as diferenças de gênero da mesma forma que as regras do voleibol respeitam e a altura da cesta do masculino fosse mantida, qual seria a altura da cesta do basquete feminino?

Exercício 2. Um cano de escoamento, cuja seção transversal tem 5 cm^2 de área, esvazia um reservatório de água em 4 horas. Em quanto tempo se esvaziaria esse mesmo reservatório se o cano de escoamento tivesse 12 cm^2 de área?

Exercício 3. Para fazer a digitalização de 30 páginas, um estagiário leva 28 minutos. Se o estagiário trabalhar durante suas 4 horas e 40 minutos de expediente com o dobro dessa velocidade de digitalização, nesse expediente de trabalho, quantas páginas ele será capaz de digitalizar?

Exercício 4. Um livro tem 150 páginas, cada página tem 36 linhas, e cada linha 50 letras. Se quisermos escrever o mesmo texto em 250 páginas, quantas letras haverá em cada linha para que cada página tenha 30 linhas?

Exercício 5. Um trator, ao ser puxado por cinco homens durante 30 minutos, percorre uma distância de 125 metros. Em quanto tempo o mesmo trator percorrerá a distância de 150 metros ao ser puxado por quatro homens?

Exercício 6. Em uma fábrica 12 máquinas produziram 120 peças em 4 dias. Qual o tempo necessário para que 8 máquinas iguais às primeiras produzam 300 peças?

Exercício 7. Numa editora, 10 digitadores trabalhando 8 horas por dia, digitaram $\frac{2}{5}$ de um determinado livro em 10 dias. Então 2 digitadores foram deslocados para outro serviço, e os restantes passaram a trabalhar apenas 6 horas por dia na digitação desse livro. Mantendo-se a mesma produtividade para completar a digitação do referido livro, após o deslocamento dos 2 digitadores, quantos dias a equipe remanescente terá de trabalhar?

Exercício 8. Um pequeno barco a vela, com 7 tripulantes, deve atravessar o oceano em 42 dias. Seu suprimento de água potável permite a cada pessoa dispor de 3,5 litros de água por dia (e é isso o que os tripulantes fazem). Após 12 dias de viagem, o barco encontra 3 naufragos numa jangada e os acolhe. Pergunta-se:

- Quantos litros de água por dia caberão agora a cada pessoa se a viagem prosseguir como antes?
- Se os 10 ocupantes de agora continuarem consumindo 3,5 litros de água cada um, em quantos dias, no máximo, será necessário encontrar uma ilha onde haja água?

2 Exercícios de Fixação

Exercício 9. Numa fazenda há 5 cavalos que consomem 300 kg de ração em 6 dias. Suponha que todos eles consomem por dia a mesma quantidade de ração. Com apenas 240 kg de ração, por quantos dias, 12 cavalos iguais aos dessa fazenda seriam alimentados?

Exercício 10. A fábrica do Sr. Eusébio possui 12 máquinas, de mesmo tipo e capacidade, que usualmente executam determinada tarefa em 16 dias, funcionando 6 horas por dia. Como quatro dessas máquinas ficaram inutilizadas, as restantes passaram a ser colocadas em funcionamento 8 horas por dia. Nessas condições, em quanto tempo a mesma tarefa será realizada?

Exercício 11. Um pequeno caminhão pode carregar 50 sacos de areia ou 400 tijolos. Se foram colocados no caminhão 32 sacos de areia, quantos tijolos pode ainda ele carregar?

Exercício 12. Para abrir uma valeta de 300 m de comprimento por 2 m de profundidade e 80 cm de largura, 25 operários do Serviço de Águas e Esgotos levaram 40 dias. Se o número de operários é diminuído em 20%, a profundidade da valeta aumentada em 50% e a largura diminuída em 25%, quantos dias são necessários para abrir 160 m de valeta?

Exercício 13. Um fazendeiro, na safra passada, usou 12 camponeses para cortar sua plantação de cana de 120 hectares. Os trabalhadores concluíram o serviço em 7 dias, trabalhando 6 horas por dia. Este ano, o fazendeiro plantou 180 hectares e precisa fazer o corte de plantação em 5 dias. Com este objetivo, já fez um acordo com os trabalhadores para que eles trabalhem 8 horas por dia, mas viu que a equipe de 12 homens usada no anterior não era é suficiente. Quantas pessoas a mais devem ser contratadas?

Exercício 14. Certo trabalho é feito por 16 tratores iguais em 10 dias, cada um deles trabalhando 10 horas por dia. Após dois dias de trabalho, 6 tratores apresentaram defeitos, não podendo mais serem utilizados. Determinar o número de horas por dia que deverão trabalhar os demais tratores, prevendo que ocorrera um atraso de 8 dias para o término do trabalho.

Exercício 15. Para executar certa obra em 19 dias, uma firma de construção contrata 15 operários. Transcorrido 13 dias, 5 deles abandonaram o serviço, e não foram substituídos durante 3 dias. Com quantos operários deverá a firma atacar a obra a partir do décimo sétimo dia para concluí-la no prazo pré-fixado?

Exercício 16. José é 50% mais eficiente do que João. Se João executa uma tarefa em 12 horas, em quanto tempo esta mesma tarefa deverá ser executada por José?

Exercício 17. Um grupo de 15 bombeiros parte em uma expedição, com mantimentos para 20 dias. Passados 5 dias, um novo grupo de 10 bombeiros, sem mantimentos, se junta ao anterior. Quantos dias durarão os mantimentos, contados a partir da chegada do novo grupo?

3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

Exercício 18. Um comerciante compra conjuntos de 4 canetas, a 5 reais cada conjunto, e vende essas canetas em pacotes de três, cobrando 5 reais por pacote. Quantos pacotes ele deve vender, no mínimo, para ter um lucro de 100 reais?

Exercício 19. Os alunos de uma turma vão alugar um ônibus para um passeio. O valor do aluguel do ônibus é fixo, isto é, não depende do número de passageiros que serão transportados. O custo do ônibus é de R\$ 30,00 por pessoa considerando toda a turma, mas 8 alunos desistiram do passeio e o custo por pessoa passou para R\$ 37,50. Quantos são os alunos da turma?

Exercício 20. Doze pedreiros fizeram 5 barracões em 30 dias, trabalhando 6 horas por dia. Calcule o número de horas por dia que deverão trabalhar 18 pedreiros para fazer 10 barracões em 20 dias.

Exercício 21. Uma distribuidora de água possui dois tanques com capacidade de 60000 litros cada, um deles completamente vazio e o outro completamente cheio. No mesmo instante, o primeiro começa a ser enchido a uma taxa constante, de forma a estar completamente cheio em seis horas, e o segundo começa a ser esvaziado, também a uma taxa constante, de forma a estar completamente vazio em três horas. Em quanto tempo, após o começo do processo, os tanques possuirão exatamente a mesma quantidade de água?

Exercício 22. Anita imaginou que levaria 12 minutos para terminar a sua viagem, enquanto dirigia à velocidade constante de 80 km/h, numa certa rodovia. Para sua surpresa, levou 15 minutos. Com qual velocidade constante essa previsão teria se realizado?

Respostas e Soluções.

1. (Adaptado do vestibular da UNCISAL (AL) – 2014)
Fazendo uma regra de três simples com grandezas diretamente proporcionais teremos que

$$\frac{2,43}{2,24} = \frac{3,05}{x}$$
$$2,43 \cdot x = 3,05 \cdot 2,24$$
$$x \cong 2,81 \text{ m.}$$

2. (Adaptado do vestibular do IFSP (SP) – 2015)
Fazendo uma regra de três simples com grandezas inversamente proporcionais teremos que

$$\frac{5}{12} = \frac{x}{4}$$
$$x = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} = 1 \text{ hora e } 40 \text{ minutos.}$$

3. (Adaptado do vestibular da PUC Campinas (SP) – 2015)
Para dobrar a velocidade de digitalização, o estagiário precisa fazer 60 páginas em 28 minutos. Destacando que em 4 horas e 40 minutos há 280 minutos, podemos fazer uma regra de três simples com grandezas diretamente proporcionais, e teremos que

$$\frac{60}{x} = \frac{28}{280}$$
$$x = 600 \text{ páginas.}$$

4. Podemos aplicar a regra de três composta. Assim, como número de letras por linha é inversamente proporcional ao número de páginas (mais letras por linha, menos páginas), e o número de letras por linha é também inversamente proporcional ao número de linhas páginas (mais letras por linha, menos linhas) é inversamente proporcional ao número de linhas por página, fazemos

$$\frac{50}{x} = \frac{250}{150} \cdot \frac{30}{36}$$
$$\frac{50}{x} = \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{6}$$
$$x = 36 \text{ letras por linhas.}$$

5. (Extraído do vestibular da UEG (GO) – 2014)
Podemos aplicar a regra de três composta. Assim, como tempo é diretamente proporcional à distância a ser percorrida (quanto maior o tempo, maior a distância percorrida), e o tempo inversamente proporcional ao número de pessoas para realizar uma tarefa (mais pessoas, menos tempo), fazemos

$$\frac{30}{x} = \frac{125}{150} \cdot \frac{4}{5}$$
$$\frac{30}{x} = \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5}$$
$$x = \frac{30 \cdot 6 \cdot 5}{5 \cdot 4}$$
$$x = 45 \text{ minutos.}$$

6. (Adaptado do vestibular da UFAM (AM) – 2015)
Podemos aplicar a regra de três composta ou duas regras de três simples. Vamos pelo segundo caminho. Do enunciado, podemos concluir que uma máquina, faz dez peças em 4 dias. Assim, 8 máquinas produzem 80 peças em 4 dias. Agora, como a quantidade de peças é diretamente proporcional à quantidade dias, temos que

$$\frac{80}{300} = \frac{4}{x}$$
$$80x = 300 \cdot 4$$
$$x = \frac{300 \cdot 4}{80}$$
$$x = 15 \text{ dias.}$$

7. (Adaptado do vestibular da UNIFOR (CE) – 2015)
Vamos usar agora um sucessão de regras de três observando as relações entre as grandezas (poderíamos usar um regra de três composta, mas vamos diversificar!). De início, perceba que 5 digitadores concluem $\frac{1}{5}$ do livro, trabalhando 8 horas num dia por 10 dias. Assim, 15 finalizariam os $\frac{3}{5}$ restantes no tempo dado ou 8 trabalhadores numa jornada de 15 horas 25 dias.

8. Aplicado uma regra de três simples observando as grandezas inversamente proporcionais (consumo *vs* quantidade de pessoas), temos:

- a) Temos $7 \cdot 3,5 = 24,5$ litros por dia para todos, ou seja, 2,45 litros para cada.
- b) Restaria água para 30 dias de viagem para 7 pessoas, com os 3 novos devemos fazer

$$\frac{7}{10} = \frac{x}{30}$$
$$x = 21 \text{ dias.}$$

9. (Adaptado do vestibular do IFPE (PE) – 2015)
Observe que 1 cavalo come 60 kg de ração em 6 dias, ou melhor 1 cavalo come 10 kg por dia. Assim, 12 cavalos comem 120 kg/dia, e os 240 kg só garantem dois dias.

10. (Adaptado do vestibular da USP – 2014)
Perceba que 4 máquinas trabalhando 18 horas por dia, cumprem a tarefa nos dias dados, ou seja, as 8 que ficaram devem trabalhar 9 horas por dia para manter o serviço. Mas como só podem trabalhar por oito horas, devemos multiplicar a quantidade de horas por $\frac{8}{9}$. Sendo a quantidade de dias inversamente proporcional à de horas, vamos fazer em $16 \cdot \frac{9}{8} = 18$ dias.

11. Observe que 1 saco equivale a 8 tijolos. Sendo assim, 32 sacos correspondem a $8 \cdot 32 = 256$ tijolos e isso nos permite carregar ainda $400 - 256 = 144$ tijolos.

12. (Adaptado do vestibular do IFSP (SP) – 2015)
Acompanhe a tabela abaixo com as proporções adequadas em cada passagem observando as grandezas diretas e inversas, destacadas na última coluna pelas respectivas iniciais e os símbolos (α) para diretas e (α^{-1}) para as inversas.

C	P	L	O	D	α
300	2	80	25	40	$O\alpha^{-1}D (: 5)$
300	2	80	5	200	$O\alpha^{-1}D (\times 4)$
300	2	80	20 (ok)	50	$P\alpha D (: 2)$
300	1	80	20	25	$P\alpha D (\times 3)$
300	3 (ok)	80	20	75	$C\alpha D (: 75)$
4	3	80	20	1	$C\alpha D (\times 40)$
160 (ok)	3	80	20	40	$L\alpha D (: 40)$
160	3	2	20	1	$L\alpha D (\times 30)$
160	3	60 (ok)	20	30	FIM

Sendo assim, ficamos com 30 dias para a nova obra.

13. (Adaptado do PAPMEM – 2013.2)

Já podemos concluir que 1 camponês corta 10 hectares em 7 dias com 6 horas de trabalho. Ou que 18 deles cumprem os 180 pedidos no período inicial. Agora, $18 \cdot 7 \cdot 6$ cumpririam a nova tarefa em um dia e uma hora. Mas como temos 5 dias e 8 horas por dia, são necessários $\frac{18 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 8} = 18,9 \cong 19$ pessoas, ou seja, são necessárias mais 7 a serem contratadas.

14. Acompanhe a tabela abaixo com as proporções adequadas em cada passagem.

T	D	H	P	α
16	2	10	20%	$D\alpha P (\times 4)$
16	8	10	80% (ok)	$D\alpha^{-1}H (\times 2)$
16	16 (ok)	5	80%	$D\alpha^{-1}H (\times 2)$
16	8	10	80%	$T\alpha^{-1}H$ (troca)
5	8	16	80%	$T\alpha^{-1}H (\times 2)$
10 (ok)	8	8	80%	FIM

Sendo assim, serão 8 horas de trabalho por dia.

15. Em um dia os operários farão $\frac{1}{19}$ da obra. Assim, após 13 dias a parte executada da obra foi $\frac{13}{19}$. Saindo 5 operários, os 10 restantes farão por dia $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{19}$ da obra pois, a parte executada é proporcional a quantidade de operários assim, em 3 dias os 10 operários farão da obra uma parte correspondente a:

$$3 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{19} \right) = \frac{2}{19}.$$

Faltando ainda

$$1 - \left(\frac{13}{19} + \frac{2}{19} \right) = \frac{4}{19}.$$

Agora, acompanhe a tabela abaixo para finalizar o entendimento.

D	Op	Fração da Obra	Dias Transcorridos
19	15	$\frac{19}{19}$	
1	15	$\frac{1}{19}$	
6	15	$\frac{6}{19}$	13
18	5	$\frac{6}{19}$	
9	10	$\frac{6}{19}$	3
3	10	$\frac{2}{19}$	
6	10	$\frac{4}{19}$	
3	20	$\frac{4}{19}$	3 e FIM

16. O fator de produtividade de João é 1 e o de José é 1,5, pois ele é 50% mais eficiente. Assim, fazendo uma regra de três simples e destacando que as grandezas são inversamente proporcionais, o tempo de José será

$$\frac{x}{12} = \frac{1}{1,5}$$

$$x = 8 \text{ horas.}$$

17. Digamos que há 300 mantimentos para os 20 dias. Assim cada bombeiro come um desses por dia, após 5 dias, já foram-se $15 \cdot 5 = 75$ desses, sobrando 225. Agora, temos 25 homens que poderão comer por $\frac{225}{25} = 9$ dias.

18. (Extraído do Exame de Acesso do PROFMAT – 2013)
Perceba que o custo de cada pacote é $\frac{3}{4}$ de 5 reais, ou seja, $\frac{15}{4}$ reais. Vendendo-os a 5, o lucro percebido é $5 - \frac{15}{4} = \frac{5}{4}$ real por pacote. Ele chegará a 100 de lucro após vender $\frac{100}{\frac{5}{4}} = 80$ pacotes.

19. (Extraído do Exame de Acesso do PROFMAT – 2014)
O custo c pago ao todo pelo ônibus pelos x alunos pode ser escrito de duas maneiras, a saber:

$$\begin{cases} \frac{c}{x} = 30 \\ \frac{c}{x-8} = 37,5 \end{cases}$$

Assim, $c = 30x$ e $c = 37,5x - 300$, comparando as duas equações concluímos que $x = 40$.

20. (Adaptado do Exame de admissão da ESA)
Acompanhe a tabela abaixo com as proporções adequadas em cada passagem.

P	B	D	H	α
12	5	30	6	$P\alpha^{-1}D (\times 3)$
36	5	10	6	$P\alpha^{-1}D (: 2)$
18 (ok)	5	20 (ok)	6	$B\alpha D (\times 2)$
18	10 (ok)	20	12	FIM

Sendo assim, serão necessárias 12 horas de trabalho por dia.

21. (Extraído do Exame de Acesso do PROFMAT – 2015)
O primeiro tanque fica cheio após 6 horas, portanto, a uma taxa de 10000 litros por hora. Começando totalmente vazio, a quantidade de água T_1 nesse tanque é $T_1 = 10000t$, onde t é o tempo, em horas, decorrido. O segundo tanque fica esvaziado em 3 horas. Assim, a uma taxa de 20000 litros por hora, iniciando cheio (60000 litros), a respectiva quantidade de água é $T_2 = 60000 - 20000t$. Daí, basta fazer

$$\begin{aligned} T_1 &= T_2 \\ 10000t &= 60000 - 20000t \\ 30000t &= 60000 \\ t &= 2 \text{ horas.} \end{aligned}$$

22. (Adaptado a OBM)
Perceba que velocidade e tempo são grandezas inversamente proporcionais (fixada a distância, quanto maior a velocidade, menor o tempo de viagem). Aplicando então a regra de três simples, ficamos com

$$\begin{aligned} \frac{80}{x} &= \frac{12}{15} \\ x &= 100 \text{ km/h.} \end{aligned}$$